Anmerkungen zu Bernard Lietaers Master-Thesis „Financial Management of Foreign Exchange”

(Jürgen Godau, 2020)

Ausgehend von Aktivitäten eines Konzerns des globalen Handels beschäftigte Lietaer sich mit den Finanzierungsvorgängen unter Berücksichtigung von Währungsschwankungen, insbesondere hinsichtlich Abwertungen. Für US-amerikanische Firmen bedeutete es ein Problem, über einen längeren Zeitraum Aktivitäten wie Produktion und Verkauf zu finanzieren. Wenn z.B. zu früh Geld investiert wurde, um im Ausland Material oder Löhne bezahlen zu können und in der Zwischenzeit eine Abwertung der Landeswährung erfolgte, bedeutete dies einen direkten Verlust. Andererseits könnte es in einem solchen Szenario von Vorteil sein, einen Kredit in der Landeswährung aufzunehmen, da die Rückzahlung nach einer Abwertung zu einem Gewinn führen könnte. Insgesamt sind auch die Kosten (Zinsen, Gebühren etc.) und externe Beschränkungen (Finanzmarktregularien) zu berücksichtigen sowie die Finanzplanung und zur Verfügung stehenden Mittel der Firma. Es geht stets darum, eine Strategie zu bestimmen, welche unter Berücksichtigung der vorhandenen Bedingungen und zu erwartenden Währungsschwankungen die zu erwartenden Verluste minimiert (bzw. Gewinne maximiert).

Lösungsansatz

Lietaer teilt das Problem in drei Bereiche:

1. *Erwartete Kosten*. Diese setzen sich zusammen aus Kosten für Finanztransaktionen und Verluste durch eine Kursänderung.
2. *Strategisches Risiko*. Dieses setzt sich zusammen aus dem *Geschäftsrisiko:* dem Risiko von nicht vorhersagbaren Kosten für Finanzierung und Absicherung. Hierunter fallen alle Kosten, die nicht durch Kursschwankungen verursacht werden.
3. *Operationelle Einschränkungen*. Hierunter fallen erwarteter Bedarf zu bestimmten Zeitpunkten, gesetzliche Rahmenbedingungen und firmenpolitische Entscheidungen.

In der Lietaers Ausarbeitung wird Risiko mit Hilfe der Varianz (Streuung) eines Wertes um den Erwartungswert (angenommener Wert) gemessen. Das Problem lässt sich mathematisch als die Aufgabe

$$\text{minimiere } Z = L \cdot (\text{erwartete Kosten}) - \text{Risiko}$$

definieren. Die *erwarteten Kosten* ergeben eine lineare Gleichung, der Wert L ist die Gewichtung der Kosten gegenüber dem *Risiko,* einem quadratischen Ausdruck. Der Wert L wird verwendet, um aus der „unendlichen‟ Menge von möglichen Lösungen diejenige zu bestimmen, welche der Risikobereitschaft des Managements entspricht, er „parametrisiert‟

das Problem. Ist $L = 0$ wird die riskanteste Strategie mit dem höchstmöglichen Gewinn verwendet, Geht *L* gegen Unendlich wird die risikoärmste Strategie verwendet. Die Methode zur Lösung eines solchen Problems nennt man *quadratische Programmierung* (quadratische Optimierung). Als Maß für das Risiko wird die Varianz der zugrundeliegenden Zufallsvariablen verwendet:

$$\text{Varianz von } \tilde{X} = V(\tilde{X}) = E[\tilde{X} - E(\tilde{X})]^2$$

Im Falle der Währungsschwankungen geht Lietaer von einer Normalverteilung aus und verwendet zur Bestimmung der Varianz den wahrscheinlichsten Wert Z, den höchstmöglichen Wert A und den niedrigsten angenommenen Wert B. Die klassischen Wahrscheinlichkeitstheorie ergibt $E = [2Z + (A + B)/2]/3$ als Erwartungswert und $V = [(B - A)/6]^2$ als Varianz der zugehörigen Zufallsvariablen. Mit Hilfe der Standardabweichung $S = \sqrt{V}$ lassen sich Wahrscheinlichkeiten für mögliche Wertebereiche angeben, so ist z. B. die Wahrscheinlichkeit, dass der tatsächliche Wert um mehr als die Standardabweichung nach oben oder unten vom Erwartungswert abweicht jeweils ca. $1/6$. Geht man von einer nicht-normalverteilten Variablen mit zwei Parametern aus, gilt immer noch die *Tschebyscheffsche Ungleichung* für eine Stichprobe $\tilde{x}$ mit Mittelwert $\hat{x}$ und Varianz S^2:

$$\text{Wahrscheinlichkeit } (|\tilde{x} - \hat{x}| \geq e) \leq S^2/e^2$$

Wenn die Varianz als Maß für das Risiko verwendet wird, muss entweder (a) eine Normalverteilung zu Grunde liegen oder (b) die Präferenzkurve des Risikomanagements muss eine quadratische Funktion sein. Wie Lietaer aus vorhandener Literatur ableitet, ist die Voraussetzung (a) selten erfüllt, da es sich meistens um bimodale Verteilungen handelt; daher muss die Bedingung (b) erfüllt werden.

Die Problematik von Währungsschwankungen für die Finanzplanung in Firmen wurde in der Literatur als *Portfolio-Auswahl* schon behandelt, jedoch gingen die üblichen Verfahren von einer einmaligen Entscheidung aus. Dies bezeichnet Lietaer als das *unitemporale Modell*. Sein neues Modell ist dagegen *multitemporal*, d.h., die Strategie in seinem Modell umfasst mehrere Zeiträume und wird jeweils an den vorhergehenden Verlauf angepasst.

Die Abbildung 1 zeigt Ein- und Ausgabewerte des Modells:

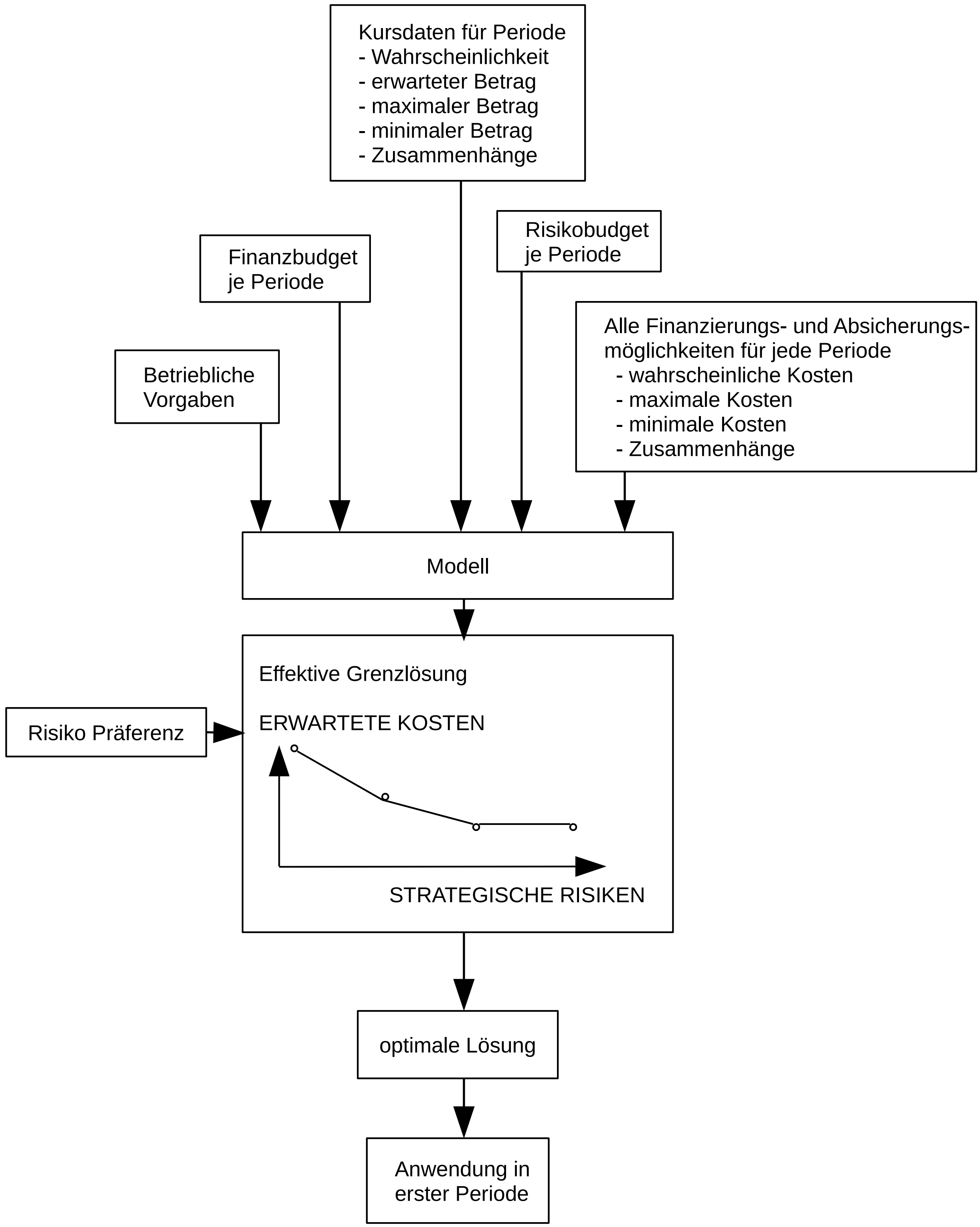

Abb. 1: Eingaben und Ausgaben des Modells

Das unitemporale Modell

Als Grundlage seines Modells führt Lietaer das *unitemporale Modell* ein. Dieses basiert auf den Ansätzen zur Portfolio-Auswahl von Markowitz[2] und Sharpe[3]. Er erweitert deren Ansätze durch Behandlung gemischter Wahrscheinlichkeitsverteilungen und (siehe *multitemporales Modell*) Aufteilung in mehrere Zeitabschnitte.

Für die *i*-te Anlage oder Verbindlichkeit definiert er den Ertrag als

$$R_i = A_i + \tilde{C}_i + B_i\tilde{d}(W + \tilde{C}_D).$$

Hier gilt:

R_i	=	Wert der Anlage in Dollar
A_i	=	erwarteter Gewinn (Kosten) der Anlage ohne Abwertung
$\tilde{C}_i$	=	eine Zufallsvariable mit Erwartungswert 0 und Varianz V_i für kursunabhängige Risiken
B_i	=	Anteil der Anlage, der von einer Kursschwankung betroffen wäre ($-A_i \leq B_i \leq +A_i$)
$\tilde{d}$	=	Zufallsvariable welche 1: Kurs bleibt konstant oder 0:Kursänderung bestimmt
P	=	$P(\tilde{d} = 1) =$ Wahrscheinlichkeit einer Kursänderung
D	=	echter Änderungsbetrag = $W + \tilde{C}_D$
W	=	erwartete Kursänderung
$\tilde{C}_D$	=	Zufallsvariable für den Änderungsbereich mit Erwartungswert 0 und Varianz V_D
N	=	Anzahl der Anlagen und Verbindlichkeiten

Der Unterschied zwischen *Anlagen* und *Verbindlichkeiten* ist, dass für eine *Anlage* gilt: $A_i > 0$ sowie $B_i < 0$; für eine *Verbindlichkeit* kehren sich die Vorzeichen um $B_i = 0$ heißt dabei, dass die betreffende Anlage/Verbindlichkeit von einer Kursänderung nicht betroffen ist. Wenn mit $0 \leq X_i \leq 1$ der verwendete Teil der *i*-ten Anlage bezeichnet wird (diese Werte bestimmen die Zusammensetzung des Portfolios), ergibt sich für das Ergebnis eines Portfolios

$$R = \sum_{i=1}^{N} X_i(A_i + \tilde{C}_i) + \sum_{i=1}^{N} X_i B_i \tilde{d}(W + \tilde{C}_D)$$

wobei $X_{N+1} = -\sum_{i=1}^{N} X_i B_i$ den einer Kursschwankung ausgesetzten Betrag angibt. Dazu gehört der Erwartungswert

$$A_{N+1} = E(\tilde{d})W + E(\tilde{d})E(\tilde{C}_D)) = PW.$$

Der Erwartungswert einer Strategie ergibt sich somit als

$$E = \sum_{i=1}^{N+1} X_i A_i,$$

die Varianz ist

[2] Harry M. Markowitz, „Portfolio Selection", *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1 (March 1952), pp. 77-91; Harry M. Markowitz, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, Cowles Foundation Monograph No. 16, (New York: John Wiley \& Sons, 1959)

[3] William Sharpe, `"A Simplified Model for Portfolio Analysis", *Management Science*, Vol. 9, No. 2, (Januar 1963), pp. 277-293.

$$V = \sum_{i=1}^{N+1} X_i^2 V_i + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} X_i X_j cov(\tilde{C}_i \tilde{C}_j) \quad \text{wobei} \quad i \neq j.$$

Zur Bestimmung der Kovarianzen wird das Modell von Markowitz verwendet (s.o.). Optimale Lösungen sind durch die Bedingung

$$\text{Maximiere } Z = LE - V,$$

wobei

$$L = \text{Parameter mit einem Wert von 0 bis } \infty,$$
$$E = \sum_{i=1}^{N+1} X_i A_i,$$
$$V = \sum_{i=1}^{N+1} X_i^2 V_i + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} X_i X_j cov(\tilde{C}_i \tilde{C}_j)$$
$$\text{mit } i \neq j \text{ und } X_i \geq 0, \quad i = 1, ..., N \text{ sowie } X_{N+1} = \sum_{i=1}^{N} X_i B_i$$

Für jeden Wert des Parameters L gibt es eine optimale Lösung. L gibt die Risikobereitschaft des Finanzmanagers an. $L = 0$ steht für minimales Risiko, $L = \infty$ für maximales Risiko. Zu jedem Wert von L lässt sich eine optimale Strategie bestimmen. Zur Entscheidung über die zu verwendende Strategie wird die Erwartungsnutzentheorie, begründet von Daniel Bernoulli im Jahre 1738, empfohlen[4]. Lietaer begründet, dass für die endgültige Auswahl einer Strategie noch die Vorgabe eines maximalen Verlustes mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit hilfreich sein kann, da es sonst beliebig viele optimale Lösungen gibt.

Das multitemporale Modell

Aus dem unitemporalen Modell entwickelt Lietaer das multitemporale Modell. Dieses bietet den wichtigsten neuen Beitrag seiner Masterarbeit zur Portfoliostrategie im Umfeld von Währungsschwankungen. Hier wird der gesamte Zeitraum, für den eine Strategie benötigt wird, in mehrere aufeinander folgende Zeitspannen zerlegt und die Strategie unter Berücksichtigung der bis dahin aufgetretenen Währungsschwankungen nach jedem Zeitraum angepasst. Sie liegt also nicht für den gesamten Zeitraum fest. Ausgehend von dem multitemporalen Modell von Orgler[5] fügt Lietaer als Neuerung hinzu, dass nicht nur die Varianzen (als Maß für das Risiko) der einzelnen Perioden addiert, sondern auch die Kovarianzen hinzufügt werden, um den gegenseitigen Einfluss der Entscheidungen zu berücksichtigen. Dies ergibt für das multitemporale Modell:

---

4 Milton Friedman & Leonard Savage, „The Utility Theory of Choices Involving Risk,"“*The Journal of Political Economy* Vol. LVI, Nr. 4 (August 1948), pp. 279-304.
J. Hirshleifer, „Investment Decisions under Uncertainty: Choice-Theoretic Approaches,“ *The Quarterly Journal of Economics* Vol. LXXIX, Nr. 4, (November 1965), pp. 505-536

5 Yair Orgler, „An Unequal-Period Model for Cash Management by Business Firms,“ *Federal Deposit Insurance Corporation*. Vortrag auf dem TIMS/ORSA Joint Meeting, San Francisco, Kalifornien, Mai 1968

Maximiere $$Z = L\sum_{k=1}^{T} E_k - \sum_{k=1}^{T} V_k - \sum_{k=1}^{T}\sum_{m=1}^{T} C_{km} X_{N+k} X_{N+m}$$
$$- \sum_{k=1}^{T}\sum_{m=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} X_{ik} X_{jm} cov(\tilde{C}_{ik}\tilde{C}_{jm}) \qquad (k \neq m, i \neq j)$$

wobei
$$E_k = \sum_{i=1}^{N} X_{ik} A_{ik} + X_{N+k} A_{N+k} \qquad k = 1, \ldots, T$$
$$V_k = \sum_{i=1}^{N} X_{ik}^2 V_{ik} + X_{N+k}^2 V_{N+k}$$
$$+ \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} X_{ik} X_{jk} cov(\tilde{C}_{ik}\tilde{C}_{jk}) \qquad k = 1, \ldots, T : i \neq j$$
unter den Bedingungen
$$X_{ik} \geq 0 \quad \text{sowie} \quad X_{N+k} = \sum_{i=1}^{N} X_{ik}^2 B_{ik} \qquad k = 1, \ldots, T$$
Hier stehen E_k, V_k, C_{km}, B_{ik} für jeweils Erwartungswert, Varianz, Kovarianz und betroffenen Anteil im Zeitraum $1 \leq k \leq T$ der Anlage $1 \leq i \leq N$. X_{N+k} entspricht dem X_{N+1} aus dem unitemporalen Modell, bezogen auf den Zeitraum $1 \leq k \leq N$.

Es wird auch aufgezeigt, dass im Falle freier Wechselkurse die Zufallsvariablen $\tilde{d}_i$ wegfallen und stattdessen der Fall „keine Kursänderung“ durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung $\tilde{C}_{ik}$ für die Anlage $1 \leq i \leq N$ und den Zeitraum $1 \leq k \leq T$ und deren Wert für 0 entspricht, wobei der Erwartungswert nicht mehr zwingend 0 ist.

In der Masterarbeit finden sich einige Beispiele für die Anwendung des Modells, die aber nur schwer nachvollziehbar sind, da das Programm, mit dem Lietaer (auf dem damaligen Großrechner IBM 360) gearbeitet hat, nicht ohne weiteres zur Verfügung steht.